Übungen aus Mathematik II — SS 2014

Übungsblatt 3 — 25.03.2014

DI Roland Wagner, S2 524
E-mail: roland.wagner@ricam.oeaw.ac.at
Tel.: 0732 2468 4112

DI Markus Ableidinger, S2 619
E-mail: markus.ableidinger@jku.at
Tel.: 0732 2468 4167

https://www.dk-compmath.jku.at/Members/dgerth/vorlesung-mathematik-fur-chemiker-ii-ss14/

13. Sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ linear unabhängig? Falls ja, bilden Sie das Spatprodukt. Geben Sie in diesem Fall auch das Volumen des von den drei Vektoren aufgespannten Körpers an.

14. Überprüfen Sie, ob folgende Vektoren linear unabhängig sind bzw. geben Sie an in welcher Beziehung die Vektoren zueinander stehen.

    (a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$. (b) $\vec{d} = \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{e} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

15. Stellen Sie folgende Vektoren als Linearkombination der Basisvektoren des $\mathbb{R}^3$ dar: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ -2 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -5 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix}$.

16. Gegeben seien die Punkte $A = (4, 2, 0)$, $B = (0, 2, 3)$ und $C = (1, 4, 5)$.

    (a) Stellen Sie die Gleichung der Gerade durch A und B auf.

    (b) Geben Sie die Gleichung der Ebene, in der A, B und C liegen, in allen drei Darstellungsformen an.

17. Berechnen Sie den Schnittpunkt der beiden Geraden $g : P = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $h : Q = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

18. (a) Berechnen Sie den Abstand des Punktes $A = (0, 5, 7)$ zur Gerade $g : P = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

    (b) Berechnen Sie den Abstand des Punktes $A = (0, 5, 7)$ zur Ebene E, die durch den Normalenvektor $\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ und den Punkt $P = (-1, 4, 1)$ bestimmt ist.