Übungen aus Mathematik II **SS 2014**

Übungsblatt 11 03.06.2014

DI Roland Wagner, S2 524
E-mail: roland.wagner@ricam.oeaw.ac.at
Tel.: 0732 2468 4112

DI Markus Ableidinger, S2 619
E-mail: markus.ableidinger@jku.at
Tel.: 0732 2468 4167

https://www.dk-compmath.jku.at/Members/dgerth/vorlesung-mathematik-fur-chemiker-ii-ss14/

61. Für welche $p \in \mathbb{R}$ sind die Spaltenvektoren der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 4 & p \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

linear unabhängig? Berechnen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix für $p = 0$.

62. Gegeben sei das lineare Gleichungssystem $Ax = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{pmatrix} \text{ und } b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie den Rang der Matrix A und diskutieren Sie damit die zu erwartende Lösungsmenge. Lösen sie das Gleichungssystem mit dem Gaußschen Eliminationsverfahren.

63. Berechnen Sie alle Punkte $\vec{p} \in \mathbb{R}^3$ mit $\nabla f(\vec{p}) = (0,0,0)$ für

$$f(x,y,z) = x^3y + 24x + 2yz + 0.5z^2.$$

Bestimmen Sie weiters Δf.

64. Gegeben seien die Punkte $A = (2,3,1)$, $B = (1,0,2)$ und $C = (0,-1,4)$.

    (a) Stellen Sie die Gleichung der Gerade durch A und B auf.

    (b) Geben Sie die Gleichung der Ebene in der A, B und C liegen in allen drei Darstellungsformen an.

65. Berechen Sie den Wert des Integrals von

$$f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$$

über die Halbkugel mit Mittelpunkt $(0,0,0)$, Radius $R = 4$ und $x \geq 0, y \geq 0$.

66. Sei

$$\vec{f}(x,y,z) = \begin{pmatrix} x\cos(y) + \sin(x)\sin(y) - \frac{\sin(z)}{y^2} \\ -\cos(x)\cos(y) - \frac{1}{2}x^2\sin(y) - \frac{2x\sin(z)}{y^3} \\ \frac{x\cos(z)}{y^2} \end{pmatrix}.$$

(a) Zeigen Sie, dass $\vec{f}$ ein Potentialfeld ist.

(b) Bestimmen Sie das Potential zu $\vec{f}$.

(c) Berechnen Sie

$$\int_D V(x, y, z) d(x, y, z)$$

mit $D = [0, 1] \times [1, 2] \times [0, 1]$, wobei V das Potential zu $\vec{f}$ ist.